**Лабораторная работа №5**

**Динамическое программирование**

Составить программы, решающие следующие задачи. Входные данные находятся в текстовом файле input.txt. В первой строке файла указаны через пробел размеры массива, каждый из которых не превосходит 20. В последующих строках перечислены элементы массива - целые числа. Результатом работы программы должны быть оптимальное значение целевой функции и путь, при котором оно достигается.

Для указания пути (кроме задачи 6) вывести массив, отметив элементы пути либо другим цветом, либо некоторым другим образом.

1. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2. Найти такой путь от левого столбца массива к правому, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться вправо, вправо-вниз или вправо-вверх. Считать, что нижняя и верхняя строки массива «склеены», т.е из первой строки можно попасть в последнюю и наоборот, например, в массиве размером 8х8 из ячейки [1,1], двигаясь вправо-вверх, попадаем в ячейку [8,2] (нумерация строк и столбцов описана с единицы).

2. Дан двумерный числовой массив размером N1xN1, где N1 - нечетное. Найти такой путь из центра массива к одной из сторон, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться влево, вправо, вниз или вверх, при этом нельзя возвращаться в уже посещенные строки и столбцы.

3. На рисунке изображен треугольник из чисел. Напишите программу, которая вычисляет наибольшую сумму чисел, расположенных на пути, начинающемся в верхней точке треугольника и заканчивающемся на основании треугольника.

7

4 5

2 4 5

7 5 6 8

Каждый шаг на пути может осуществляться вниз по диагонали влево или вниз по диагонали вправо.

4. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2. Найти такой путь из клетки [i1, j1] в клетку [i2, j2], чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться вправо, влево, вверх или вниз. В клетки с нулями заходить нельзя. Числа i1,i2,j1,j2 вводятся с клавиатуры.

5. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2, в котором имеются отрицательные числа. Найти такой путь от нижней строки массива к верхней, чтобы сумма чисел по данному пути была максимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться либо через одну клетку вверх, либо на одну клетку влево-вверх или вправо-вверх.

6. Дан трехмерный числовой массив размером N1xN2xN3. Найти такой путь из клетки [1,1,1] в клетку [N1,N2,N3], чтобы сумма чисел по данному пути и количество пройденных клеток были минимальными. Двигаться можно только по горизонтали и вертикали. Путь вывести, перечислив координаты клеток массива. Например, (1,1,1), (1,2,1), (1,2,2), (2,2,2).

7. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2. Найти такой путь от верхней строки массива к нижней, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться влево, вправо, вниз, влево-вниз или вправо-вниз.

8. Дан двумерный числовой массив размером N1xN1, где N1 - нечетное. Найти такой путь из центра массива к одной из сторон, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться влево-вверх, вправо-вниз, влево-вверх или вправо-вверх, при этом нельзя возвращаться в уже посещенные строки и столбцы.

9. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2. Найти такой путь от крайнего левого столбца массива к крайнему правому, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться вверх, вниз, вправо, вправо-вниз или вправо-вверх.

10. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2, в котором имеются отрицательные числа. Найти такой путь от крайнего левого столбца массива к крайнему правому, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться либо через одну клетку вправо, либо на одну клетку вправо-вверх или вправо-вниз.

11. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2. Найти такой путь от верхней строки массива к нижней, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться вниз, влево-вниз или вправо-вниз. Считать, что левый и правый столбцы массива «склеены», т.е из первого столбца можно попасть в последний и наоборот, например, в массиве размером 8х8 из ячейки [2,1], двигаясь влево-вверх, попадаем в ячейку [1,8] (нумерация строк и столбцов описана с единицы).

12. Дан двумерный числовой массив размером N1xN2, в котором имеются отрицательные числа. Найти такой путь от нижней строки массива к верхней, чтобы сумма чисел по данному пути была минимальной. Из каждой клетки массива допустимо двигаться либо через одну клетку вверх, либо на одну клетку влево-вверх или вправо-вверх.